Урок №19 (17.01.2019)
Закон Ампера. Закон Био-Савара. Определение силы тока.

1. Закон Ампера

Андре Мари Ампер в конце 18-го, начале 19-го века вывел закон, описывающий поле проводника произвольной конфигурации.

Если мы охватим проводник произвольным замкнутым контуром, то справедливо соотношение: $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$, т.е. сумма произведений длины элемента контура на параллельную составляющую магнитного поля в этой точке равна произведению магнитной постоянной на ток, протекающий через этот контур.

Очевидна параллель с теоремой Гаусса: $\oint \vec{E} \cdot d\vec{S} = \dfrac{Q}{\varepsilon_0}$.

Из закона Ампера легко выводится поле прямолинейного проводника.

Заметим, что индукция $\vec{B}$ *в законе Ампера не обязательно обусловлена током* I.

2. Магнитное поле соленоида и тора

Будем рассматривать бесконечно длинный соленоид с плотной намоткой.

Возьмём в качестве контура прямоугольник со стороной l, направленной по полю внутри соленоида, и второй стороной l, лежащей вне соленоида. Тогда $\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \int_c^d \vec{B} \cdot d\vec{l} = Bl$. Если на длине l в соленоиде помещается N витков, то из закона Ампера $Bl = \mu_0 NI$, или $B = \mu_0 nI$, где $n = N/l$ – число витков на единицу длины соленоида.

Поле соленоида снаружи напоминает поле магнитного стержня.

Задача:

Посчитать поле внутри тороидального соленоида, если на единицу длины приходится n витков.

3. Сила, действующая между двумя параллельными проводниками

Рассмотрим два длинных проводника на расстоянии L друг от друга. Пусть по проводникам текут токи I_1 и I_2. Каждый ток создаёт магнитное поле, взаимодействующее с другим током, следовательно, на проводники действуют силы.

На расстоянии L от первого проводника индукция магнитного поля, создаваемого током I_1 равна $B_1 = \dfrac{\mu_0}{2\pi}\dfrac{I_1}{L}$. Тогда на единицу длины второго проводника действует сила Ампера

$$F/l = I_2 B_1 = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I_1 I_2}{L}.$$

Направление силы можно определить по «правилу правой руки» или как-нибудь ещё: проводники притягиваются, если токи в них направлены в одну сторону. Так как полученная формула симметрична, то на первый проводник со стороны второго действует точно такая же сила (согласно третьему закону Ньютона).

Теперь мы можем дать определение силы тока: если $I_1 = I_2 = 1\,A$ и проводники расположены на расстоянии 1 м друг от друга, то (<u>по определению</u>) сила, действующая на единицу длины проводника, равна $F/l = 2\cdot 10^{-7}$ Н/м. Так определяется сила тока 1 А. Заряд 1 Кл определяется как заряд, протекающий по проводнику, при токе 1 А, за 1 с.

4. Закон Био-Савара(-Лапласа)

Жан-Батист Био и Феликс Савар в начале XIX-го века сформулировали для магнитного поля некое подобие закона Кулона:

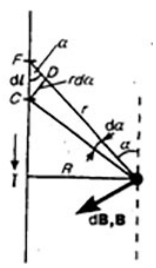
$d\vec{B} = \dfrac{\mu_0}{4\pi}\dfrac{I\,d\vec{l}\times\vec{1}_r}{r^2}$ – элемент проводника $d\vec{l}$, по которому течёт ток I, создаёт в точке, с радиус-вектором $\vec{r}$, поле $d\vec{B}$. $\vec{1}_r = \dfrac{\vec{r}}{|\vec{r}|}$ – единичный вектор. Полная индукция в точке может быть найдена интегрированием (сложением) по всем элементам тока: $\vec{B}(\vec{r}) = \int d\vec{B}$.

Отличие от закона Ампера: в законе Ампера вектор индукции обусловлен не только током, входящим в закон, в законе Био-Савара – это индукция, обусловленная только током I.

Вывод поля прямолинейного проводника с током.

Выведем поле, создаваемое прямолинейным проводником с током из закона Био-Савара. Вычислим поле, создаваемое проводником на расстоянии R от проводника. Для этого нам надо посчитать интеграл

$$B = \int_{-\infty}^{\infty}\frac{\mu_0}{4\pi}I\frac{d\vec{l}\times\vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi}I\int_{-\infty}^{\infty}\frac{d\vec{l}\times\vec{r}}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi}I\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dl\cdot r\cdot\sin\alpha}{r^3} = \frac{\mu_0}{4\pi}I\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dl\cdot\sin\alpha}{r^2}$$



Заметим, что отрезок CD (см. рис.) можно выразить двумя способами: $|CD| = dl\cdot\sin\alpha = r\cdot d\alpha$. Заметим также, что при переходе от dl к $d\alpha$ пределы интегрирования у нас меняются на $-\infty\to\pi$ и $\infty\to 0$. Подставляя полученное значение dl в интеграл, получим:

$$\int_{-\infty}^{\infty}\frac{dl\cdot\sin\alpha}{r^2} = \int_{\pi}^{0}\frac{r\cdot d\alpha}{r^2} = \int_{\pi}^{0}\frac{\sin\alpha\cdot d\alpha}{r\cdot\sin\alpha} = \frac{1}{R}\int_{\pi}^{0}\sin\alpha\cdot d\alpha = \frac{1}{R}\left(-\cos\alpha\right)\Big|_{\pi}^{0} = -\frac{2}{R}$$

Опуская знак «минус», который просто указывает направление поля, получим

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi}\frac{I}{R}.$$